

Controllori PID, metodi di taratura e problemi d'implementazione

Prof. Luigi Glielmo

Università del Sannio

- Controllori PID
- Metodi di taratura in anello aperto ed in anello chiuso
- Problemi d'implementazione
- Schema di controllo con “anti wind-up”
- Esempio con attuatore reale

Controllori PID

Un controllore PID è ottenuto dalla combinazione delle azioni: Proporzionale (P), Integrale (I) e Derivativa (D) valutate rispetto al segnale di errore e (definito come la differenza tra il segnale di riferimento e l'uscita del sistema)

$$u(t) = u_P(t) + u_I(t) + u_D(t)$$

Dunque

- l'azione proporzionale è ottenuta come $u_P(t) = e(t) * K_P$
- l'azione integrale è ottenuta come $u_I(t) = K_I * \int e(t)dt$
- l'azione derivativa è ottenuta come $u_D(t) = K_D \frac{de(t)}{dt}$

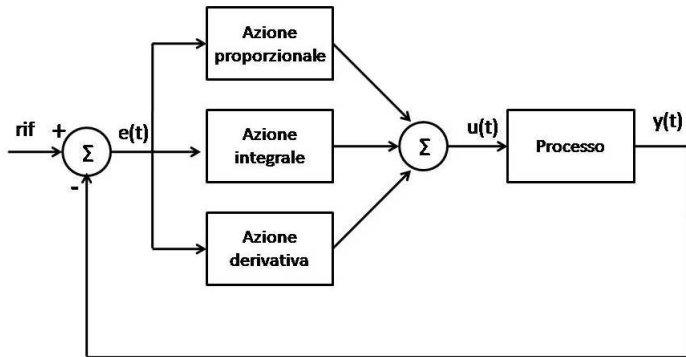
Tipicamente la legge di controllo di un regolatore PID viene scritta come

$$u(t) = K_P \left(e(t) + \frac{1}{T_I} \int e(t)dt + T_D \frac{de(t)}{dt} \right)$$

con $T_I = K_P/K_I$ (detto tempo integrale o tempo di reset) e $T_D = K_D/K_P$ (detto tempo derivativo).

Controllori PID: schema a blocchi

Una rappresentazione tipica di un sistema controllato con un regolatore PID è mostrata in figura



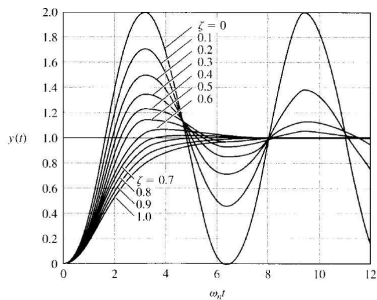
Scegliendo opportunamente il valore di K_P , K_I , K_D si possono avere diverse configurazioni del controllore PID. Ad esempio se vogliamo realizzare un controllore PI basta scegliere $K_D = 0$.

I requisiti rispetto alla risposta a gradino di un sistema dinamico sono:

- Il **tempo di salita** t_r
- Il **tempo di assestamento** t_s
- La **sovraelongazione** M_P
- Il **tempo al picco** t_P

Specifiche nel dominio del tempo: tempo di salita

Considerando l'uscita di un sistema del secondo ordine con poli complessi e coniugati



Dalla figura precedente si nota come tutte le curve crescono, approssimativamente, nello stesso tempo. Considerando la curva media il tempo di salita può essere espresso come

$$t_r \approx \frac{1.8}{\omega_n}$$

Specifiche nel dominio del tempo: sovraelongazione e tempo al picco

Ricordando l'andamento nel tempo della risposta di un sistema del secondo ordine con poli complessi e coniugati ad un ingresso a scalino

$$y(t) = 1 - e^{-\sigma t} \left(\cos(\omega_d t) + \frac{\sigma}{\omega_d} \sin(\omega_d t) \right)$$

Con $\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$ e $\sigma = \zeta \omega_n$.

Il tempo al picco è dato da

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_d}$$

ed il valore della sovraelongazione M_p

$$M_p = e^{-\pi\zeta/\sqrt{1-\zeta^2}}$$

Specifiche nel dominio del tempo: tempo di assestamento

Il tempo di assestamento è l'istante di tempo t_s nel quale l'esponenziale decrescente raggiunge l'1% del valore iniziale

$$e^{-\zeta\omega_n t_s} = 0.01$$

quindi

$$\zeta\omega_n t_s = 4.6$$

o

$$t_s = \frac{4.6}{\zeta\omega_n} = \frac{4.6}{\sigma}$$

Nella fase di sintesi della legge di controllo si procederà specificando il valore di t_r , M_p e di t_s e si utilizzeranno le relazioni viste precedentemente per posizionare i poli del controllore.

$$\omega_n \geq \frac{1.8}{t_r}$$

$$\zeta \geq \zeta(M_p)$$

$$\sigma \geq \frac{4.6}{t_s}$$

Metodo di taratura in anello aperto

I controllori PID sono ampiamente utilizzati nelle applicazioni: sono semplici da capire e da spiegare, ed è possibile scegliere i parametri (K_P , K_I , K_D) (“tarare” il controllore) anche senza disporre di un modello dell’impianto ma sulla base di misure sperimentali, ad anello aperto o chiuso.

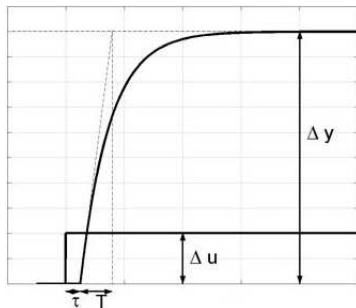
Il **primo metodo di Ziegler e Nichols** consente di scegliere il valore dei parametri di controllo K_P , K_I , K_D supponendo una struttura standard della funzione di trasferimento del processo.

In particolare si suppone che il processo da controllare possa essere descritto utilizzando una funzione di trasferimento del primo ordine (di guadagno statico μ , costante di tempo T e con ritardo finito τ) del tipo

$$G(s) = \frac{\mu}{1 + sT} e^{-s\tau}$$

Metodo di taratura in anello aperto

Supponendo che la risposta a gradino del sistema sia come quella riportata in figura, è possibile determinare i parametri del sistema dall'esame della risposta e quindi scegliere il valore dei parametri di controllo attraverso la tabella in basso



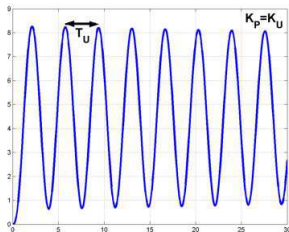
| | K_P | T_I | T_D |
|----------------|------------------|---------|-----------|
| Regolatore P | $T/(\mu\tau)$ | | |
| Regolatore PI | $0.9T/(\mu\tau)$ | 3τ | |
| Regolatore PID | $1.2T/(\mu\tau)$ | 2τ | 0.5τ |

Il secondo metodo di taratura, o **secondo metodo di Ziegler e Nichols**, per i PID è basato su una prova a ciclo chiuso sull'impianto (con il controllore) che prevede di:

- Chiudere il loop di controllo inserendo un regolatore puramente proporzionale con basso guadagno K_P
- Aumentare progressivamente K_P fino a che si innesca un'oscillazione permanente

Metodo di taratura in anello chiuso

Ottenuta l'oscillazione permanente, come mostrato in figura, sia K_U il corrispondente valore del guadagno proporzionale e T_U il periodo di oscillazione.

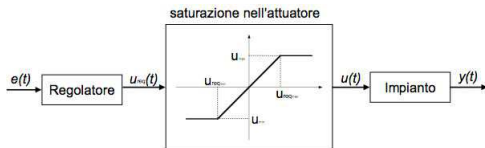


La taratura del controllore è data dalla tabella seguente

| | K_P | T_I | T_D |
|----------------|-----------|-----------|---------|
| Regolatore P | $0.5K_U$ | | |
| Regolatore PI | $0.45K_U$ | $T_U/1.2$ | |
| Regolatore PID | $0.6K_U$ | $T_U/2$ | $T_U/8$ |

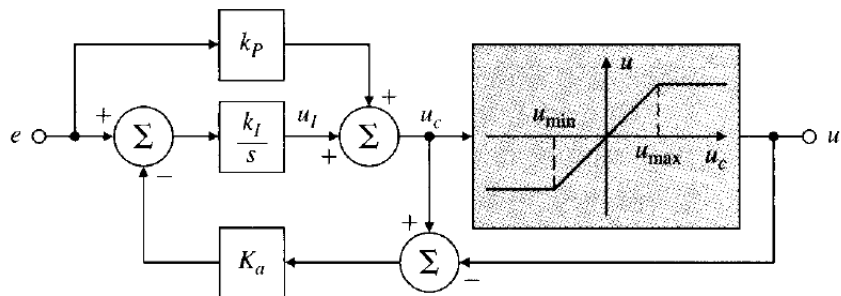
Problemi implementativi: Saturazione dell'azione integrale

- Uno schema realistico di un sistema di controllo prevede sempre la presenza di una saturazione nell'attuatore
- Se il sistema di controllo è ben progettato, a regime la variabile di controllo u dovrebbe essere lontana dai livelli di saturazione
- Durante i transitori, però, può capitare che u superi i livelli di saturazione
- Quando u è saturata il processo evolve con ingresso costante come se fosse a ciclo aperto e quindi non controllato
- Quando l'uscita del controllore u è saturata, l'azione integrale continua ad integrare l'errore e quindi la richiesta di controllo u_{req} continua a crescere, causando il fenomeno chiamato saturazione o **wind-up** dell'azione integrale



Schema di controllo con anti wind-up

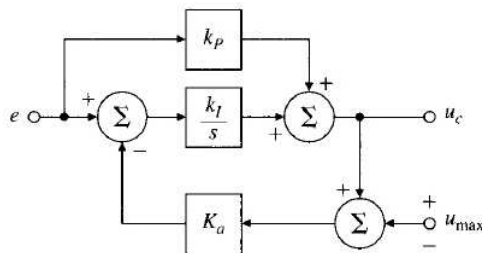
Il fenomeno del wind-up può essere evitato introducendo nello schema di controllo un blocco di anti wind-up. Uno schema di controllo tipicamente utilizzato per ridurre il fenomeno del wind-up è mostrato in figura



Questa tecnica consiste nel sommare all'ingresso del blocco integratore del blocco integrale del PID la differenza tra il valore della variabile di controllo richiesta e quella saturata.

Schema di controllo con anti wind-up

Di seguito è mostrato lo schema precedente valutato durante la saturazione dell'azione integrale



la funzione di trasferimento tra la variabile di controllo u_c , l'errore e ed u_{max} è

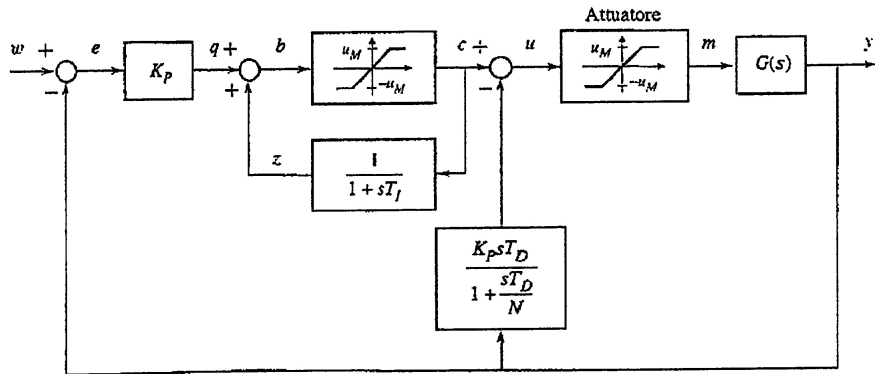
$$u_c(s) = \frac{K_P s + K_I}{s + K_a K_I} e(s) - \frac{K_I K_a / s}{1 + K_I K_a / s} * u_{max}$$

Che può essere riscritta come

$$u_c(s) = \frac{1}{K_a} \frac{1 + s(K_P/K_I)}{1 + s(1/K_P K_a)} e(s) - \frac{1}{1 + s/(K_I K_a)} * u_{max}$$

Schema di controllo con anti wind-up

In figura è riportato uno schema di controllo con anti wind-up alternativo.



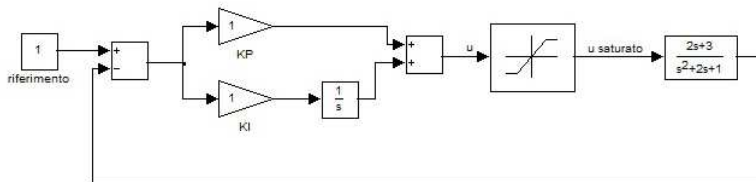
Esempio in simulazione

Supponiamo di controllare il sistema descritto dalla funzione di trasferimento

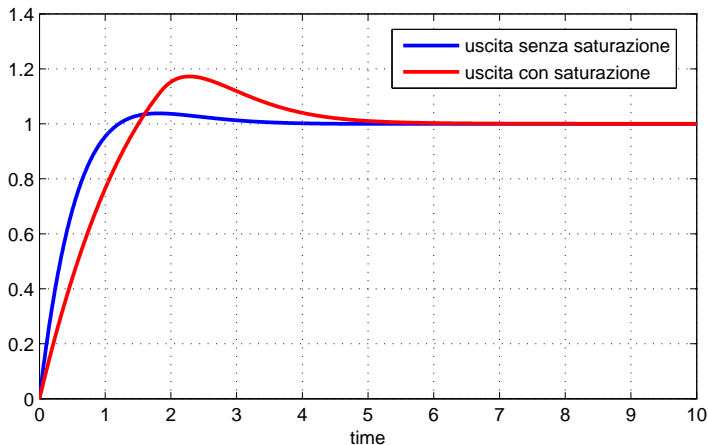
$$G(s) = \frac{2s + 3}{s^2 + 2s + 1}$$

utilizzando un regolatore PI con parametri di controllo $K_P = 1$ e $K_I = 1$.

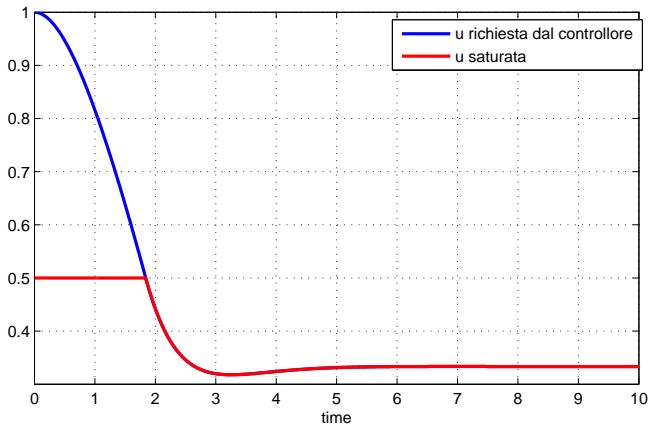
Supponiamo, inoltre, che l'attuatore del sistema sia saturato superiormente a 0.5 ed inferiormente a -0.5 .



Esempio Simulativo: effetto della saturazione sull'uscita

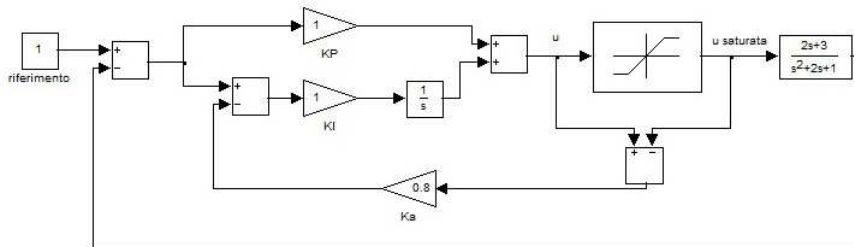


Esempio in simulazione: effetto della saturazione sulla variabile di controllo

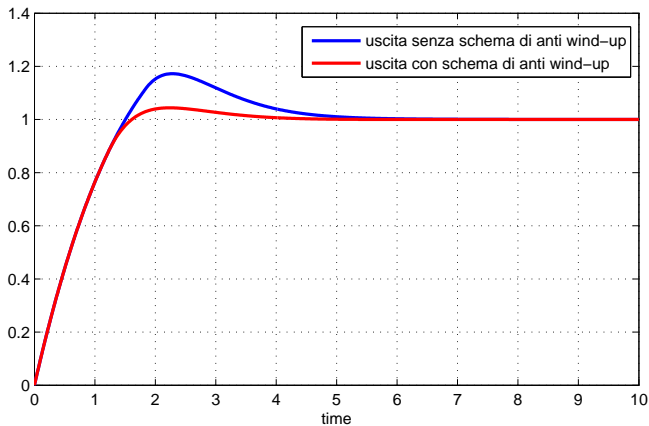


Esempio Simulativo: schema con anti wind-up

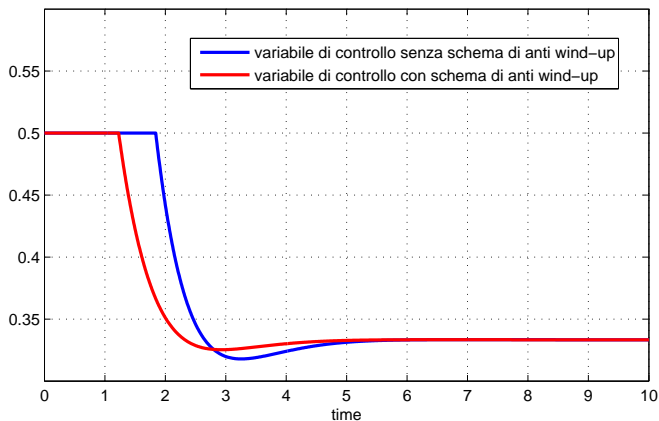
Per ridurre l'effetto del wind-up introduciamo lo schema di desaturazione prima visto



Esempio Simulativo: effetto sull'uscita dello schema di anti wind-up



Esempio Simulativo: effetto sulla variabile di controllo dello schema di anti wind-up



Naturalmente aumentando il valore di K_a si può ridurre ulteriormente il fenomeno della saturazione dell'azione integrale.